

## Kurt Friedrich Gödel (1906—1978)

Daniel A. Romano

Odsjek za matematiku i informatiku Univerziteta u Banjoj Luci  
78000 Banja Luka, Mladena Stojanovića 2, Bosna i hercegovina  
e-mail: bato49@hotmail.com

**Sažetak:** Teorija relativnosti Alberta Anštajna i Hajzenbergov princip neodređenosti smatraju se najznačajnijim otkrićima XX stoljeća. Međutim, veliki broj filozofa i matematičara smatra da Goedelove teoreme o nepotpunosti takođe bi trebalo da spadaju u sami vrh svjetskih dostignuća XX vijeka. Posebno zbog filozofskih implikacija tih rezultata. U ovom tekstu dato je jedno obrazloženje zašto su Goedelovi rezultati veoma malo popularizirani.

Kurt Goedel se rodio 28. 04.1906. godine u moravskom gradu Brun (sada Brno, Češka) u Austrougarskoj carevini<sup>1</sup>. Kurtov otac, Rudolf Goedel bio je menadžer u tekstilnoj fabrici.

U 18-oj godini (1924.) Kurt Goedel upisao se na Bečki univerzitet gdje je tokom prve dvije godine izučavao fiziku da bi se potom opredjelio za matematiku. Postoji mišljenje da je njegova odluka bila donesena pod snažnim utiscima knjige Bertnarda Russela „Uvod u filozofiju matematike“<sup>2</sup>. Tokom studiranja priključio se Bečkom kružoku. Česte teme na sastancima tog kružoka bila je tema o smislu opšteg naučnog znanja i znanja o prirodi i društva. 1930. godine na sastanku tog kružoka Goedel je izložio svoja razmišljanja pod naslovom „O potpunosti logike propozicija“ a početkom sljedeće godine publikovao je svoj rad pod naslovom „O

---

<sup>1</sup> Kurta Goedela uobičajeno smatraju austrijsko-američkim matematičarem. Međutim, on je tokom svog života u više navrata mjenjao svoje državno građanstvo. U svojoj dvanaestoj godini uzeo je državljanstvo Čehoslovačke. Sa 23 godine postao je građanin Austrije, a sa 32 godine, poslije Hitlerovog pripajanja Austrije Njemačkoj po automatizmu postao je građanin Njemačkog Rajha. 1940. godine emigrirao je preko SSSR-a (Rusije) i Japana u Sjedinjene Države.

<sup>2</sup> Postoji vjerovanje da je Kurt Goedel bio pod snažnim uticajem tzv. „Bečkog kružoka“. Pod tim imenom djelova je grupa matematičara, logičara i filozofa. Među njima su bili i G.Hann, Rudolf Karnap, Otto Neiper, Herbert Fejgel i Moriz Šlik. Aktivnosti tog kružoka su prekinute 1936. godine kada je od strane studenata – nacista ubijen Moriz Šlik.

principijelno nerazrješivim iskazima u sistemu Principia Mathematica i s njom povezanim sistemima“ 1. decembra 1931. godine ovaj tekst G. Hann je prihvatio kao prijavu doktorske disertacije iz matematike. U periodu 1933-1936 bio je privatni docent bečkog univerziteta. 1936. godine gotovo svi članovi bečkog kružoka su emigrirali u Sjedinjene Sržave. Proveo je dvije godine na univerzitetima u Prinstonu i Notre Damu. Potom, Goedel se vratio u Beč i oženio.<sup>3</sup> 1940. godine ponovio je emigrirao je u Sjedinjene Države. Od 1953. godine do svoje smrti Kurt Goedel radio je na Prinstonskom univerzitetu (Institute for Advanced Study).

Tokom čitavog života Kurt Goedel je pokazivao simptome psihičkog rastrojstva: imao je paranoičan strah od trovanja. Hranu je uzimao sako iz ruku svoje supruge Adele. Kada je 1977. godine Adela umrla, Kurt je prestao da uzima hranu. Umro je 14. januara 1978. godine u Prinstonu, Nju Jesry, USA



### **Naučni interes**

Postoji mišljenje da Kurt Goedel nije bio timski naučnik. On je bio matematičar – usamljenik. Goedel se bavio logikom, matematikom i filozofijom nauka. Poznat je po svojim teoremama, publikovanim 1931. godine, o nepotpunosti aksiomatskih sistema. Jedna od njih glasi da je jezik prvog reda, dovoljno moćan da se u njemu mogu determinisati prirodni brojevi, nepotpun. To znači da postoje iskazi, opisani termima tog jezika, koje nije moguće ni dedukovati iz tog aksiomatskog sistema niti oboritu u tom aksiomatskom sistemu. Rezultati ovih teorema proizvode duboke posljedice kako u matematici tako i u filozofiji uopšte (posebno, u Ontologiji i Filozofiji nauka). Sem toga, Kurt Goedel se bavio i Diferencijalnom geometrijom i Teorijskom fizikom<sup>4</sup>.

### **Teoreme o nepotpunosti**

---

<sup>3</sup> U tekstu Aleksandra Muzikantskog „Teorija protivrječnosti bitka“, U svijetu nauke, Mart 2007, No3, postoji veoma interesantno i poučno obrazloženje razloga Goedelovog povratka u Beč.

<sup>4</sup> Posebno, napisao je rad u Opštoj teoriji relacija u kome je ponudio jednu varijantu rješenja Einsteinove jednačine, iz kojeg slijedi da u Svemir može da ima ustrojstvo u kojem tečenje vremena može biti prstenasto (poznato kao Goedelova metrika) što, teorijski, dozvoljava putovanje kroz vrijeme. (Većina savremenih fizičara tretira ovaj rezultat kao čisto matematičko rješenje bez stvarnih konekcija sa realnim Svemirom

1900 godine u Parizu je održana svjetska konferencija matematičara na kojoj je David Hilbert (1862–1943) izložio, po njegovom mišljenju, 23 najvažnija problema u matematici koje bi matematičari trebalo da rješavaju u XX-om vijeku. Drugi problem, govoreći savremenim jezikom, odnosio se na pitanje da li postoji aksiomatski sistem, kojim se opisuje neka (formalna) teorija, potpun i neprotivrječan. Trebalo je dokazati da ja takav aksiomatski sistem dovoljno moćan da se iz njega može dedukovati (ili oboriti) svaka izjava/tvrđnja napisana na jeziku te teorije o objektima iz njene kompetencije. Radi ilustracije, uzmimo školsku geometriju. U standardnoj planimetriji može se dokazati da je iskaz „Suma unutrašnjih uglova u trouglu je  $180^{0\prime\prime}$ “ istinita dok je tvrdnja „Suma unutrašnjih uglova u trouglu je  $137^{0\prime\prime}$ “ netačna. U stvari, u Euklidovoj geometriji, proizvoljna tvrdnja o geometrijskim objektima je ili istinita ili lažna i treće mogućnosti nema. Početkom XX vijeka matematičari su se naivno nadali da se može očekivati da je takva situacija u svakom neprotivrječnom logičkom sistemu. 1931. godine Kurt Goedel je publikovao kratki članak koji je iznenadio svijet matematičke logike. U njemu je posle dugih i složenih matematičko-logičkih preambula doslovno rekao sljedeće:

Uzmimi proizvoljno tvrđenje tipa: „Tvrđenje No 247 u datom sistemu aksioma logički je nedokazivo“ i nazovimo ga 'tvrđenje A'. Posle toga Goedel je dokazao sledeće svojstvo proizvoljnog sistema aksioma.

*„Ako možemo dokazati tvrđenje A, tada možemo dokazati i tvrđenje ne-A.“*

Drugim riječima, ako možemo dokazati da postoji dedukcija za tvrđenje „Tvrđenje No 247 je nedokazivo“, tada možemo dokazati i tvrđenje „Tvrđenje No 247 je dokazivo.“ Dakle, ako je sistem aksioma potpun (tj. ako se svako tvrđenje u njemu može dokazati ili oboriti) tada je takav sistem aksioma protivrječan. Jedinstvena mogućnost da se izađe iz takve situacije je prihvatanje da je aksiomatski sistem nepotpun. Tj, treba se pomiriti da u proizvoljnom aksiomatskom sistemu postoje tvrdnje koje su istinite ili lažne ali o njihovoj istinitosnoj vrijednosti možemo prosuđivati samo van okvira tog aksiomatskog sistema. Ako takvih tvrdnji nema tada je naš aksiomatski sistem protivrječan što znači da unutar nje postoje iskazi koje istovremeno mogu biti dokazani i opovrgnuti.

Prva, ili slaba, teorema o nepotpunosti glasi: „Proizvoljan formalni aksiomatski sistem sadrži neodlučive iskaze.“ Ali Kurt Goedel se nije zaustavio na tome. Formuliseo je i dokazao drugu, ili jaču, teoremu o nepotpunosti. „Logička potpunost (ili nepotpunost) proizvoljnog aksiomatskog sistema ne može biti dokazana sredstvima tog sistema. Za njihovo deduciranje ili opovrgavanje potrebne su nam dodatne aksiome“

### **Religiozno-filozofski aspekt Goedelovih teorema o nepotpunosti**

Članak u kojem je publikovana prva varijanta teorema o nepotpunosti posvećena je kritici fundamentalnog traktata „Principia Mathematica“. Četri godine ranije Berdnard Russel publikovao je svoj članak „Zašto nisam hrišćanin?“ Ta brošura postala je bestseler u to doba. To je jedan od najserioznijih i fundamentalnih osnova naučnog ateizma: Nauka – idol XX vijeka. Autor je iznio mišljenje da se u nauci sve može dokazati i da se ništa ne mora prihvatati na povjerenje i, prema tome,

vjera nije naučna. Logično? Može se reći da je to logični filozofski produžetak njegovog fundamentalnog rada uvođenja potpunog i konačnog reda u matematici. Traktat Alfreda North Whitehead i Bertranda Russell, publikovan 1910-1913, deklarativno je izgrađen sa namjerom da se odstrane neki nedostaci i/ili neke neizvjesnosti u kraljici nauka, u Matematici. Trebalo je da „Principia Mathematica“ učvrsti nauku kao dogmu.

Epoha nauke i prosvjetiteljstva završila se 1931. godine. Do danas ogromna većina stanovništva ove planete to još nije primjetila. Iako Goedelove teoreme nisu ništa složenije za popularizaciju od teorije relativnosti Alberta Ajnštajna popularizacija ovih značajnih matematičkih rezultata niti je bilo niti ih ima. Čini se da se ljudi još uvijek nadaju da mogu postojati sveukupne cjelovite istine.

Po kazivanju Hoa Wanga Goedel se zanimao i religioznim pitanjima. Kurt Goedel je, po Wangu, opisao svoju ličnu filozofiju kao „racionalističku, idealističku, optimističku i teologističku“ Po riječima jednog drugog Goedelovog biografa, J.W. Dawsona, njegove centralne filozofske ideje su bile (1) Vasiona je organizovana na racionalan način čija je struktura dostižna ljudskom umu; (2) Van fizičkog svijeta postoji mentalna oblast; (3) Konceptualno poimanje postojanja ostvaruje se posredstvom introspekcije. Ubjeđenost u racionalnu desežnost svjetonazora bila je osnova Goedelovog filozofskog teizma „saglasno kojem poredak svijeta odražava poredak višeg razuma koji upravlja njim.“

## Literatura

Korištena i konsultovana pri pisanju ovog teksta

- [1] P.J. Davis: *A Brief Look at Mathematics and Theology*. URL: [http://www2.hmc.edu/www\\_common/hmnj/davis2brieflook1and2.pdf](http://www2.hmc.edu/www_common/hmnj/davis2brieflook1and2.pdf) (20.02.2009).
- [2] J.W. Dawson: *Logical Dilemmas. The Life and Work of Kurt Godel*. A.K. Peters, Wellesley, 1997. P. 261.
- [3] B.L. Edwards and C.S. Lewis: *Life, Works and Legacy. Volume 1. An Examined Life*. London, Praeger, 2007. P. 36.
- [4] N. Frankenberry: *Faith of Scientists in Their Own Words*. Princeton University Press, 2008. P. 151.
- [5] A. Gierer: *Godel meets Carnap: A prototypical discourse on science and religion*; *Zygon*, 1997. V. 32. P. 214.
- [6] S. Hawking: *Godel and the End of Physics*. URL: <http://www.damtp.cam.ac.uk/sttrst/dirac/hawking/> (20.02.2009).
- [7] Hick J. *Ontological Argument for the Existence of God*; *Encyclopedia of Philosophy*. NY., Gale, 2006. V. 7. P. 16.
- [8] S.L. Jaki: *A Late Awakening to Godel in Physics*. URL: <http://pirate.shu.edu/~jakistan/> (20.02.2009).
- [9] Кирьянов Димитрий : *Религиозно-философские аспекты мысли К.Геделя*; 26 февраля 2009
- [10] Михаил Кордонский; *Недоказуемое зовет нас*; Мигдаль Times №48-49 (2008)
- [11] G. G r e i s e l: *Kurt Godel, 1906—1978*. Biographical Memoirs of Fellows of the Royal Society, V. 26, December 1980. P. 149—224
- [12] А.С. Кузичев: О РОЛИ ТЕОРЕМ ГЁДЕЛЯ О НЕПОЛНОТЕ В ОСНОВАНИЯХ НАУК; Крулый стол «Философско-методологические проблемы когнитивных и компьютерных наук»
- [13] O. Morgenstern: *Letter to Bruno Kreisky. 1965*.

- [11] E. Nelson E. *Mathematics and Faith*. URL: <http://www.math.princeton.edu/~nelson/> (20.02.2009).
- [14] G. Oppy: *Ontological Arguments* , Stanford Encyclopedia of Philosophy. URL: <http://plato.stanford.edu/entries/ontological-arguments/> (20.02.2009).
- [15] J.H. Sobel : *Logic and Theism. Arguments For and Against Beliefs in God*. NY. Cambridge University Press. 2004. P. 115-116.
- [16] R. Srikanth and H.Srikanth : *Godel Incompleteness and the Black Hole Information Paradox*. URL: <http://www.arxiv.org.0705.147v1/> (20.02.2009).
- [17] P. Yourgrau : *A World without Time: The Forgotten Legacy of Gödel and Einstein*. NY, Basic Books, 2005. P. 104-105.
- [18] H. Wang: *Reflections on Kurt Godel*. Massachusetts, MIT Press, 1987. P. 115.
- [19] H. Wang: *A Logical Journey: From Gödel to Philosophy*. Massachusetts, MIT Press, 1996. P. 152.
- [20] Wikipedia: *Kurt Fridrih Goedel*

Primljeno: 04. April 2009. / 04.05.2011.

#### NAPOMENA

Tekst je svojevremeno ponuđen elektronskom časopisu “*Matematika i Informatika*”, koji uređuje i publikuje Odsjek za matematiku i informatiku Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta u Nišu. Zbog (privremenog?) prestanka uzlaženja tog časopisa, tekst je povučen i ovdje se pojavljuje u istom obliku koji je ponuđen tom časopisu.