

УМИЈЕЋЕ ПОУЧАВАЊА

Синиша Бубоња

ЈУ СШЦ „Никола Тесла“, Краља Петра I Ослободиоца бб, 74450 Брод, БиХ
e-mail: sinisa.bubonja@yahoo.com

Сажетак. Рад је базиран на једном поглављу књиге „Математичко откриће“ аутора Ђерђа Поље (George Polya, 1887-1985), релативно непознатог нашој читалачкој публици, иначе једног од најбољих методичара и педагога. Циљ рада је да се читаоцима представе идеје и погледи поменутог аутора о поучавању математике а и да послужи као смјерница за даљње стручно усавршавање наставника. У раду ћу поучавање посматрати као умијеће а не као науку, навешћу његове циљеве и начела. На самом крају ћу дати сажетак ауторових напомена, које су настале на колегијима методике које је својевремено држао, као резултат промишљања о послу који наставник свакодневно обавља и његовој позицији, познатих под називом „десет заповијести за наставнике“.

Кључне ријечи: методика наставе математике, Ђерђ Поља, поучавање, умијеће, десет заповијести за наставнике

Abstract. The work is based on a chapter of the book called "Mathematical discovery" by George Polya (1887-1985), quite unknown to our reading society and also one of the greatest methodologist and pedagogue. Main point of this work is to present ideas and views of this author to readers and it is about mathematics. Also, it can help us teaching as a guide line for further improvement of teachers. In this work I will consider teaching as a skill and not a science, I will give his aims and principles. On the very end, I will give a short review of the autor's hints, that were created at collegiums of methodology. That were lead by him, as a result of thinking about work that a teacher does every day, in his position, known as "ten commandments for teachers".

AMS Subject Classification (2010): **97D40**
ZDM Subject Classification (2010): **D40**

УВОД

У овом раду ћу да пишем о поучавању математике у оквиру основне и средње школе, базирајући се на идејама и погледима на наставу математике Ђерђа Поље, једног од великих математичара 20. вијека и једног од најбољих методичара и педагога. Његова размишљања и предложена рјешења су

актуелна и данас након пола вијека и добијају додатни подстицај увођењем рачунара у наставу математике.

Пошто је Поља извјесном броју наставника математике непознат, надам се да ћу писањем овог стручног рада тај недостатак бар мало да ублажим. Такође се надам, да ће овај рад послужити и као смјерница за даљње стручно усавршавање наставника.

ЦИЉ ПОУЧАВАЊА

Основни циљ поучавања је да ученици науче да мисле. Наставник математике, осим што даје ученицима одређене информације, мора ученике да оспособи да сами користе добијене информације. Наставник код ученика треба да развија двије врсте размишљања, која можемо да поистовјетимо са развијањем следећих умијећа:

- 1) умијеће рјешавања задатака;
- 2) умијеће доказивања.

Умијеће рјешавања задатака

Рјешавање математичких задатака мора бити саставни дио сваког корисног наставног програма у основној и средњој школи. Треба омогућити ученицима да практично примјењују градиво које су научили, у складу са својим могућностима да га усвоје и примјене.

Сврстаћемо сада ученике у три категорије:

- 1) будући математичари (сви они који користе математику у научно-истраживачком раду, сви заједно могу да чине 1% популације ученика; док је постотак оних који ће да стекну неко научно звање у математици 0,1%);
- 2) будући нематематичари који ће користити математику у својој струци (сматра се да је њих око 29% од укупног броја ученика);
- 3) будући нематематичари који неће користити математичке садржаје који превазилазе градиво основне школе (они чине преосталих 70%).

Пошто не знамо који од ученика спада у коју категорију, код поучавања ученика морамо се придржавати следећа два правила:

- сваки ученик мора имати могућност да извуче корист од тога што учи, независно од тога чиме ће се у животу бавити;
- ученика који има неке математичке способности треба привући математици, а не у њему створити одбојност према њој.

Умијеће рјешавања математичких задатака подразумијева одређено познавање математичких садржаја задатка, а у највећој мјери умних навика, одређеног умног склада који можемо да назовемо „здравим разумом“.

Наставник који жели да корист извуку ученици из све три категорије, мора да ученике поучава рјешавању задатака као да они садрже трећину математике и двије трећине „здравог разума“. Ако успије то постићи, он је својим ученицима учинио велику услугу без обзира на то којој категорији припадају. Управо то је најважније за оних 70% ученика којима математика никада неће бити потребна. Оних 29% ученика који ће математику користити у својој струци, морају да стекну одређене навике које су им неопходне за наставак школовања (нпр. служити се алгебарским трансформацијама). Ученици из те групе, невољно ће учити осим ако се увјере да то што уче нечему служи и да може негдје да се примјени. Наставник у сваком тренутку мора бити спреман да одговори на питање ученика: „Наставниче, а гдје ми то може добро доћи?“ За преосталих 1% ученика је најважније да их наставник уочи и побуди у њима интересовање за математику. То је од велике важности, јер у супротном ако неправилно изаберу своју професију, њихов таленат толико потребан савременом друштву може нетрагом да нестане. Количина градива за њих није битна јер је све то веома мали дио онога што у будућности морају савладати. Навешћу овдје мишљење Анатола Франса (*Anatole France*, 1844-1924): „Не настојте задовољити своју таштину учећи, не претрпавајте мозак. Довољно је у њега убацили искру. Ватра ће се сама распламсати тамо гдје за њу има услова.“ Да парафразирамо те ријечи овако: „Не настојте удовољити својој сујети поучавајући ученике многим стварима... само зато да бисте их увјерили да ви то разумијете...“

Такође је важно да међу уобичајеним задацима које наставник поставља ученицима, буду садржани и они који су мало тежи и захтјевају више времена те се одликују математичком профињеношћу и дубљим садржајима. Пажљивим одабиром задатка наставник може ученике, помажући им у истраживању, увести у нову теорију (нпр. доказ да је коријен из 2 ирационалан број или да постоји бесконачно много простих бројева). Поучавање ученика умијећу рјешавања математичких задатака, повољно је за развијање одређеног склада ума и прихваћање одређених концепција што је важан елемент опште културе.

Наставницима је држава повјерила поучавање младих људи. Из тог разлога они треба да ученике науче ономе што је корисно како друштву тако и самом ученику. Ово наставник стално треба да има на уму.

Умијеће доказивања

Потребно је да ученици у средњој школи уче доказе, осим у неким ванредним околностима. Строги докази су једна од карактеристика математике. Ученицима одушевљење математичким доказом пружа један од најважнијих интелектуалних доживљаја.

Најважније је да се води рачуна о томе да докази буду примјерени узрасту и предзнању ученика. Такође треба дати предност интуитивном над формалним доказом, интуиција је та која нам долази природним путем а не формални доказ. Дакле, наставник се при поучавању ученика више мора ослањати на интуицију него на дедукцију.

Ученик мора бити увјерен да докази заслужују да се људи њима баве, да су неопходни и занимљиви. Циљ математичког доказа је исти као и правног, да се отклони сумња. Не треба давати доказе очигледних тврдњи у које ученик не сумња па и не осјећа потребу да их доказује. Докази таквих тврдњи му се чине некорисним, бесциљним и бесмисленим, посебно ако доказ почиње аксиомама и разликовањем више случајева, што код ученика оставља утисак да очигледне тврдње доказујемо неочигледним средствима (нпр. доказ тврђења да је од три тачке на правој тачно једна тачка између преостале двије). Такође не треба ученике затрпавати непотребним тривијалним доказима, јер то може имати негативан утицај на њихово оспособљавање, посебно ако се ради о талентованим ученицима са даром интуиције.

ПОУЧАВАЊЕ КАО УМИЈЕЋЕ

Поучавање није наука, него умијеће. Поучавање има много тога значајног са позориштем. Наставници из године у годину поучавају ученике исто градиво. Нормално је да наставника неки доказ, који изводи пред ученицима по ко зна који пут, више не занима или му је чак досадан. Међутим, то никако не би смио да покаже пред одјељењем у коме предаје. Ако ученици примјете да је то што наставник предаје њему досадно и њима ће постати досадно. Наставник треба да се труди да одглуми бар мало одушевљења током извођења, наглашавајући занимљиве идеје, да да ученицима прилику да примјете његово одушевљење. На тај начин наставник може ученицима да приреди представу у којој им његов однос према проблему даје више од саме суштине проблема. Наставнику може да причини велико задовољство спектакл у којем игра на сцени и опонаша откриће неког детаља из прошлости.

С временом се поучавање може приближити пјесништву, а понекад и вулгарном цинизму. Ништа није ни превише добро ни превише лоше, превише поетично или превише непромјењиво да би се објасниле неке апстрактне конструкције. Јер, као што је Монтањ (*Michel Eyquem de Montaigne, 1533-1592*) рекао: „Истина је толико велика ствар да не смијемо занемарити ништа што нас ка њој води.“

Овдје има и пуно сложених питања. Предавање је, по многима, умјетност. Може ли се поучавати умјетности? Може ли се уопште научити предавати? Постоји ли уопште таква дисциплина као методика наставе математике?

НАЧЕЛА УЧЕЊА И ПОУЧАВАЊА

Поучавање као и сваки други занат има своје методе и лукавства, добри наставници се међусобно разликују по својим „малим тајнама“. Да би бар мало освјетлили њихове трикове (сваки ефикасан начин поучавања одговара неком од начина учења), навешћемо три начела учења која можемо схватити и као три начела поучавања:

- 1) активно учење;

- 2) најбоља мотивација;
- 3) низ фаза учења.

Начело активног учења је веома старо и лежи у основама „Сократове методе“. Заснива се на слjedeћем мишљењу: „Најбољи начин да се нешто научи јесте да то сами откријете.“ Самим опажањем се може нешто научити, али не много тога. Наставнику највише одговара дијалог као облик поучавања. Наравно, то није могуће на сваком часу. Најважније је да наставник остави ученицима да сами откривају максимално од онога што је могуће у датим условима.

Ученик неће бити активан ако за то није мотивисан. Он мора бити стимулисан на умну активност, нпр. надом да ће добити неку награду. Најбољи стимуланс за учење је заинтересованост за градиво које се учи, а најбоља награда за интензивни умни рад је радост која се доживљава током тог рада. Казна због неучења је најлошија метода стимулисања. Наставник мора гледати себе као трговачког путника који младима жели продати мало математике. Међутим, ако има проблема са прометом и његову робу не желе куповати, за то не смију кривити купце (који су увијек у праву). Дужност наставника је да ученика заинтересује за математику, открије му њену љепоту и увјери га да неће пожалити ако јој посвети више напора, труда и времена.

Разликоваћемо три фазе учења:

- 1) фаза истраживања;
- 2) фаза формализације;
- 3) фаза усвајања.

Ова подјела се заснива на Кантовом (*Immanuel Kant*, 1724-1804) афоризму: “Свака умна операција почиње размишљањем, од њега прелазе на појмове и завршава идејама.“

У првој фази се ради са неким конкретним објектима и врши се њихово посматрање. Она се одвија на интуитивном и хеуристичком нивоу.

Друга фаза је повезана са изградњом терминологије, дефиниција и доказа и подиже се до нивоа појмова.

Трећа фаза одговара покушају постизања унутрашње суштине проблема. У тој фази проучавано градиво ученици усвајају, оно улази у састав њиховог знања и проширује им хоризонте. Та фаза им отвара пут ка примјенама са једне и уопштењима са друге стране.

Овдје треба напоменути да код рутинских задатака, који углавном чине већи дио задатака из школских збирки, недостају прва и трећа фаза. Наставници морају бар повремено задавати проблемске задатке са елементима научног рада.

Ономе који учи препоручује се пут којим су прошли прави истраживачи тј. онај који учи мора други пут открити оно што проучава. Зато је веома важно читати оригинална дјела која се односе на проучавано градиво.

ДЕСЕТ ЗАПОВИЈЕСТИ ЗА НАСТАВНИКЕ

- 1) Занимај се за свој предмет.
- 2) Знај свој предмет.

- 3) Знај којим се путем може научити оно што је потребно: најбољи начин учења је – откриј сам.
- 4) Научи читати са лица својих ученика. Труди се да сазнаш шта они од тебе очекују и покушај разумјети њихове потешкоће. Покушај се ставити на њихово мјесто.
- 5) Немој ученицима пружати само информацију, помози им развити способност коришћења прикупљених знања и навику систематског рада.
- 6) Труди се да их научиш наслуђивању.
- 7) Труди се да их научиш доказивању.
- 8) Истичи у свом задатку оно што може бити корисно при рјешавању других задатака, а за дату конкретну ситуацију труди се да откријеш општу методу.
- 9) Не одавај своју тајну одмах, нека ученици покушају погодити рјешење. Предложи ученицима да сами пронађу што више.
- 10) Савјетуј, но не намећи насилно своје мишљење.

Размотрићемо сада редом свих 10 правила.

(1) Постоји само једна сигурна метода за поучавање математике: ако је учитељ одушевљен својим предметом, њиме ће бити одушевљени и ученици.

(2) Потребно је да се наставник занима за свој предмет и да га зна. Ако наставника предмет не занима, никада неће моћи успјешно радити.

(3) Наставник мора знати којим путем се може научити оно што је потребно и бити блиско упознат са процесом учења на основу свог властитог искуства стеченог у процесу учења и проматрањем својих ученика. Овдје је јако важно да се наставник слаже са начелом активног учења, имајући за то мотивишуће унутрашње разлоге.

(4) Да би поучавање којим руководи учитељ имало своје резултате за ученике, између наставника и ученика мора бити успостављен одређени контакт. Наставник мора да разумије положај у коме се налазе његови ученици.

(5) Четири претходна правила су темељна за мајсторе педагогије. Ако се наставник занима за свој предмет, зна га и ако се може замислити на мјесту ученика и схватити шта мотивира учење а шта га отежава онда је он добар наставник или ће уз још мало искуства то постати. У математици је умијеће способност рјешавања задатака, извођења доказа као и критичка анализа добијених рјешења и доказа и много је важнија од велике количине информација. Умијеће је у математици важније, чак много важније од самога знања.

(6) У почетку треба да се наслуђује, па тек онда да се доказује. Слично томе се долази до открића. Наставник математике има пуно лијепих могућности да илуструје улогу идеје у открићу и на тај начин код ученика развија онај склад ума који има темељно значење за сваки истраживачки рад. Ученике треба научити да им наслуђивање буде усмјерено и осмишљено а не дивље. Разумно расуђивање засновано је на осмишљеној примјени индукције и аналогije.

(7) Математика је добра школа дедуктивног (доказног) расуђивања. Ученици могу стећи потребне навике за савладавање умијећа доказног расуђивања само путем подстицања и посебно вјежбе.

(8) Умијеће је највреднији дио математичког знања (као што смо већ рекли пуно вредније од посједовања информација), коју ученици могу једино научити путем опонашања и вјежбања. При рјешавању задатака треба издвојити његове поучне стране, које се могу користити и за рјешавање других задатака, а ако су спретно издвојене (наглашене похвалама и самим ставом наставника) могу претворити рјешење у типско, поучну методу којом можемо ријешити и много других задатака.

(9) Наставник када приступи рјешавању задатка може предложити ученицима да прије рјешавања самог задатка покушају да погоде рјешење, па ће пажљиво пратити ток рјешавања како би сазнали да ли су у праву. Изрекавши наглас своју претпоставку или идеју, ученик је ставио себи на леђа одговорност за наставак рада. Ово се може сматрати посебним дијелом правила (3) и (6). Други дио правила потиче од Волтеровог (*François-Marie Arouet*, 1694-1778) афоризма: “Ако желите да постане досадно, изреците све до краја.”

(10) Наставник прегледајући учениково рјешење задатка може одмах да види да је резултат погрешан, али не треба да жури да му каже одмах. Треба да прође цијело рјешење, ред по ред и каже му шта је тачно и када дође до првог нетачног реда да подстакне ученика на размишљање. Ако ученик сам пронађе грешку, има шансу да нешто и научи. Наставник треба да избјегава рећи ученику да је погријешо, јер га то може обесхрабрити и ако ученик замрзи наставника престаће га слушати. Умјесто тога му може рећи да је уопштено у праву, али... Овај методички поступак указује на правило (3).

Посљедња два правила су усмјерена ка истом циљу, препоручују да се што више остави слободе и иницијативе ученицима, колико год је то у датим условима могуће. Због недостатка времена наставници математике често долазе у искушење да прекрше та правила, супротно начелу активног учења. Наставник треба да поставља питања која би могли сами ученици поставити ако они то већ нису урадили; ако ученици не одговарају на питања, наставник треба да одговара онако како би требало да одговарају ученици. При томе, постављање питања и давање одговора, не смије да се претвори у монолог наставника. Пожељно је да ученици постављају питања и дају одговоре а не да то увијек чини наставник.

ЗАКЉУЧАК

Математику треба радити, а не само учити. Овладати математиком, између осталог, значи знати рјешавати задатке, не само стандардне него и оне који захтјевају независност мишљења, здраво расуђивање, оригиналност и откривање. Наставник је дужан показати ученицима како се рјешавају математички задаци и да код њих развије стваралачко мишљење; али како да

им покаже оно чиме сам не влада добро јер у програму по коме је он учио томе није посвећено довољно пажње?

Да би се уклонио тај недостатак, потребно је у стручном усавршавању наставника наћи простора за стваралачки рад на одговарајућем нивоу. Не би било лоше организовати семинаре за наставнике о рјешавању математичких задатака, какве је Поља својевремено водио. Задаци који би били обрађивани на тим семинарима не би захтјевали нека допунска предзнања изван оквира средње школе, али би тражили високи ниво концентрације мисли, способност здравог расуђивања и креативност у раду.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Поља, Г. *Како ћу ријешити математички задатак*. Загреб: Школска књига, 1966.
- [2] Поља, Г. *Математичко откриће*. Загреб: Хрватско математичко друштво, 2003.

Примљено у редакцију 20.01.2014, ревидирана верзија 11.02.2014.
Доступно на интернету 17.02.2014.